

Épreuve : Mathématiques	Devoir de contrôle n° 1	Durée : 2 heures
Lycée : Lycée de l'Éducation	Niveau : 3ème année secondaire	Section : Mathématiques
Date : Samedi 15 novembre 2025	Coefficient : 4	Prof : Équipe pédagogique TA'LIM TN

Nom : _____	Prénom : _____	Classe : 3ème Math ___

NB : Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation. Une réponse sans justification n'a aucune valeur.

EXERCICES (20 points)

Exercice n° 1 — Lecture graphique et fonction associée (5 pts)

La courbe (C) ci-dessus est celle d'une fonction f définie sur l'intervalle [−3,4].

I. Par lecture graphique, déterminer :

1°/ Les solutions de l'équation f(x) = 0 et de l'équation f(x) = 1.

2°/ Les images par f des intervalles [−3,0] et [2,4].

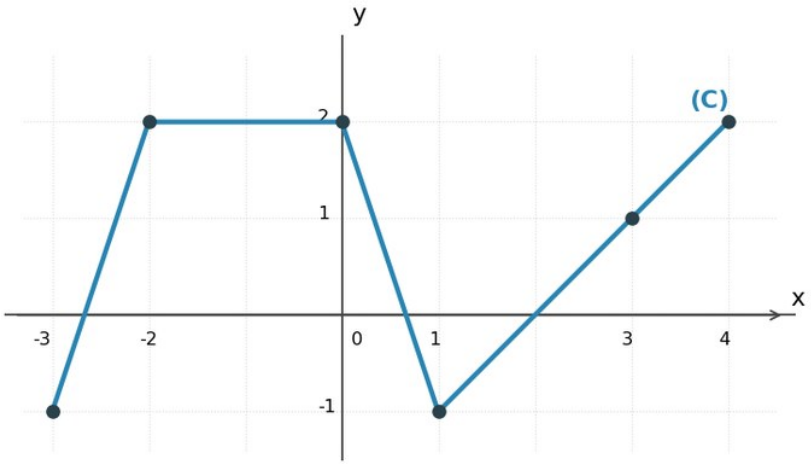
3°/ Le maximum et le minimum de f sur [−3,4].

II. Soit g la fonction définie par : g(x) = f(x+1).

1°/ Déterminer l'ensemble de définition de g.

2°/ Déterminer le sens de variation de g sur l'intervalle [1,2].

3°/ Résoudre l'équation g(x) = 1.



Courbe (C) de la fonction f sur l'intervalle [−3,4].

Exercice n° 2 — Continuité et prolongement par continuité (6 pts)

1°/ Soit g la fonction définie par : $g(x) = (\sqrt{(x^2+3)} - 2)/(x - 1)$.

a- Déterminer le domaine de définition Dg de g.

b- Montrer que, pour tout $x \in Dg$: $g(x) = (x+1)/(\sqrt{(x^2+3)}+2)$.

c- g est-elle prolongeable par continuité en 1 ? Si oui, définir ce prolongement.

2°/ Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$h(x) = (x^2+x-2)/(x-1)$ si $x < 1$
$h(x) = mx + 2$ si $x \geq 1$
où m est un réel. Déterminer m pour que h soit continue en 1.

Exercice n° 3 — Produit scalaire, perpendicularité et ensembles (9 pts)

Soit ABCD un rectangle tel que AB = 4 et BC = 2. Soit H le point de [CD] tel que CH = 1. La droite (BH) coupe (AC) en I.
1°/ Calculer CA·CB et CA·CH.
2°/ En déduire que (CA) et (BH) sont perpendiculaires.
3°/ a- Calculer BH.
b- Calculer BH·BC et en déduire BI.
4°/ Soit O le milieu de [AB].
a- Déterminer et construire l'ensemble $C = \{M \in P \text{ tel que } AM^2 + BM^2 = 16\}$.
b- Soit b un réel et $\Delta = \{M \in P \text{ tel que } AM^2 - BM^2 = b\}$. Comment faut-il choisir le réel b pour que Δ soit tangente à l'ensemble C ?
Données : ABCD rectangle ; AB = 4 ; BC = 2 ; H ∈ [CD], CH = 1 ; O milieu de [AB].

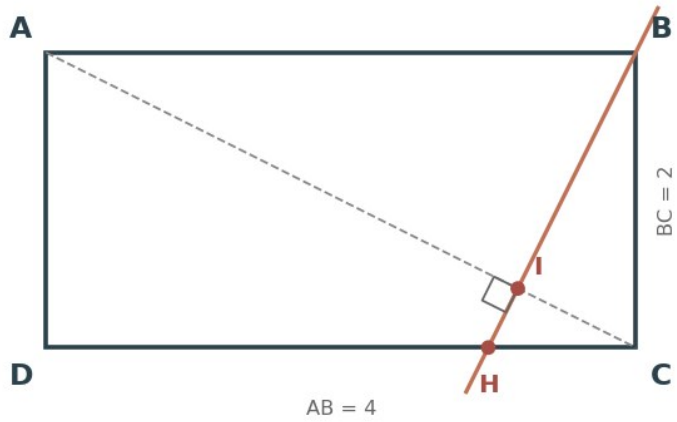


Figure 1 — Rectangle ABCD, point H et droite (BH) coupant (AC) en I.

منصة التعليم التونسي

CORRIGÉ — Examen 02

Exercice 1 — Exercice n° 1 — Lecture graphique et fonction associée

I.1°/ f(x) = 0 pour x ∈ {−8/3 ; 2/3 ; 2} (≈ −2,67 ; 0,67 ; 2). f(x) = 1 pour x ∈ {−7/3 ; 1/3 ; 3} (≈ −2,33 ; 0,33 ; 3).

I.2°/ Sur [−3,0], f varie de −1 (en x=−3) à 2 (plateau sur [−2,0]) : f([−3,0]) = [−1,2]. Sur [2,4], f est strictement croissante de f(2)=0 à f(4)=2 : f([2,4]) = [0,2].

I.3°/ Le maximum de f sur [−3,4] vaut 2 (atteint sur [−2,0] et en x=4). Le minimum vaut −1 (atteint en x=−3 et en x=1).

II.1°/ g(x) = f(x+1) est définie lorsque x+1 ∈ [−3,4], soit x ∈ [−4,3]. Dg = [−4,3].

II.2°/ Sur [1,2], x+1 ∈ [2,3]. Or f est strictement croissante sur [2,3] (elle passe de 0 à 1), donc g = f(x+1) est strictement croissante sur [1,2].

II.3°/ g(x) = 1 ⇔ f(x+1) = 1 ⇔ x+1 ∈ {−7/3 ; 1/3 ; 3} ⇔ x ∈ {−10/3 ; −2/3 ; 2}.

Exercice 2 — Exercice n° 2 — Continuité et prolongement par continuité

1°/ a- Dg : il faut $x^2+3 \geq 0$ (toujours vrai) et $x-1 \neq 0$ (soit $x \neq 1$). Donc $Dg = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b- Pour $x \neq 1$: $g(x) = (\sqrt{(x^2+3)}-2)/(x-1) \times (\sqrt{(x^2+3)}+2)/(\sqrt{(x^2+3)}+2) = (x^2+3-4)/((x-1)(\sqrt{(x^2+3)}+2)) = (x^2-1)/((x-1)(\sqrt{(x^2+3)}+2)) = (x+1)/(\sqrt{(x^2+3)}+2)$.

c- $\lim(x\to1)\ g(x) = (1+1)/(\sqrt{4}+2) = 2/4 = 1/2$. g est prolongeable par continuité en 1 en posant $\tilde{g}(1) = 1/2$.

2°/ En 1 : $\lim(x\to1, x<1)\ h(x) = \lim\ (x^2+x-2)/(x-1) = \lim\ (x+2)$ [car $x^2+x-2 = (x-1)(x+2)$] = 3. Et h(1) = m+2. h continue en 1 ⇔ m+2 = 3 ⇔ m = 1.

Exercice 3 — Exercice n° 3 — Produit scalaire, perpendicularité et ensembles

1°/ Dans le repère (D ; DC, DA) : C=(4,0), B=(4,2), A=(0,2), H=(3,0). CA = (−4,2), CB = (0,2), CH = (−1,0). CA·CB = (−4)(0)+(2)(2) = 4 ; CA·CH = (−4)(−1)+(2)(0) = 4.

2°/ BH = H−B = (−1,−2). CA·BH = (−4)(−1)+(2)(−2) = 4−4 = 0, donc (CA) ⊥ (BH).

3°/ a- BH = $\sqrt{((-1)^2+(-2)^2)} = \sqrt{5}$.

b- BC = (0,−2). BH·BC = (−1)(0)+(−2)(−2) = 4. Puisque (CA) ⊥ (BH) et I = (BH) ∩ (AC), I est le projeté orthogonal de B sur (AC) ; dans le triangle BIC rectangle en I, BI = (BH·BC)/|BH| = $4/\sqrt{5} = 4\sqrt{5}/5$.

4°/ a- O milieu de [AB] : $MA^2+BM^2 = 2\cdot MO^2 + (AB^2)/2 = 2\cdot MO^2 + 8$. $AM^2+BM^2 = 16 \Leftrightarrow 2\cdot MO^2 = 8 \Leftrightarrow MO^2 = 4 \Leftrightarrow MO = 2$. C est le cercle de centre O et de rayon 2. (Vérification : pour M=A, $0 + AB^2 = 16$, donc A ∈ C.)

b- $MA^2 - BM^2 = 2\cdot AB\cdot MO$ (O milieu de [AB]) : Δ est une droite perpendiculaire à (AB). $AM^2 - BM^2 = b \Leftrightarrow$ la projection de MO sur (AB) vaut b/8 ; la distance de O à Δ vaut |b|/8. Pour que Δ soit tangente au cercle C (centre O, rayon 2), il faut |b|/8 = 2, soit b = ±16.

Tassalimdarien — منصة التعليم المغربي